UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAD/COPESE

PARÂMETROS DE CORREÇÃO PISM III

Questão 01: Considere os polinômios $p(x) = 2x^5 - 7x^4 + 15x^3 + ax^2 + bx - 8$ e $q(x) = x^2 + 4$ na variável x, com coeficientes inteiros. Sabendo que eles têm pelo menos uma raiz em comum.

a) Determine os valores de *a* e *b*.

<u>Solução:</u> As raízes de $q(x) = x^2 + 4$ são obtidas fazendo

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \Rightarrow x = \pm 2i.$$

Como $p(x)$ e $q(x)$ têm pelo menos uma raiz em comum e como as duas raízes de $q(x)$ são números complexos, isto implica que ambas as raízes de $q(x)$ devem também ser raízes de $p(x)$, já que se um número complexo é raiz de um polinômio, seu conjugado também o é. Já que todas as raízes $q(x)$ são também raízes de $p(x)$, o polinômio $q(x)$ deve dividir o polinômio $p(x)$, ou seja, o resto da divisão do polinômio $p(x)$ por $q(x)$ deve ser o polinômio identicamente nulo. Efetuando essa divisão encontra-se por quociente o polinômio $p_1(x) = 2x^3 - 7x^2 + 7x + (a + 28)$ e por resto o polinômio $r(x) = (b - 28)x - (4a + 120)$. Com o resto deve ser o polinômio identicamente nulo, devemos ter:

$$\begin{cases} b - 28 = 0 \Rightarrow b = 28 \\ 4a + 120 = 0 \Rightarrow a = -30 \end{cases}$$

b) Encontre todas as raízes de $p(x)$.

<u>Solução:</u> Como $a = -30$ e $b = 28$, temos que
$p(x) = 2x^5 - 7x^4 + 15x^3 - 30x^2 + 28x - 8$.

Dividindo o polinômio $p(x)$ pelo polinômio $q(x)$ o quociente será o polinômio $p_1(x) = 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$. Como a soma dos coeficientes desse polinômio é zero, conclui-se que $p_1(1) = 0$, ou seja, o polinômio $p_1(x)$ admite o nº real 1 como uma de suas raízes. Dividindo então $p_1(x)$ por $q_1(x) = x - 1$ o quociente será o polinômio $p_2(x) = 2x^2 - 5x + 2$ e o resto será o polinômio identicamente nulo . As raízes do polinômio $p_2(x)$ podem ser encontradas resolvendo a equação quadrática $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{8}{4} = 2 \\ x_2 = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Assim, as raízes do polinômio $p(x)$ são: $\frac{1}{2}$, 2, 1, $2i$, $-2i$.

Questão 02: Em um restaurante, um quilograma de comida custa R$ 25,00. Como política de incentivo à fidelidade, em cada refeição, oferece um cupom para cada R$ 5,00 de comida consumida. Doze cupons acumulados valem um refrigerante que custa R$ 3,00.

a) Pedro consumiu diariamente 550 g nesse restaurante durante 4 dias. Determine o número de cupons que Pedro acumulou ao final desses 4 dias.

Solução: Por regra de três tem-se:

Consumo em gramas	Valor em reais
1000	25
550	x

$$\Rightarrow \frac{1000}{550} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 550}{1000} = 13{,}75$$

Logo, tendo consumido diariamente 550 g, Pedro pagou R$ 13,75, recebendo portanto 2 cupons por dia $(13{,}75 \div 5 = 2{,}75)$. Nesses quatro dias Pedro recebeu $4 \times 2 = 8$ cupons.

b) Determine o desconto, em porcentagem, que Pedro obteria caso pudesse converter os cupons já acumulados em dinheiro ao consumir 500 g em uma nova refeição.

Solução: Novamente por regra de três tem-se:

Nº de cupons	Valor em reais
12	3
8	x

$$\Rightarrow \frac{12}{8} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 8}{12} = 2.$$

Logo os 8 cupons acumulados por Pedro corresponde a R$ 2,00.
Ao consumir 500 g em uma refeição, Pedro deverá pagar R$ 12,50. Ao converter seus cupons em desconto, terá R$ 2,00 de desconto. Em termos percentuais:

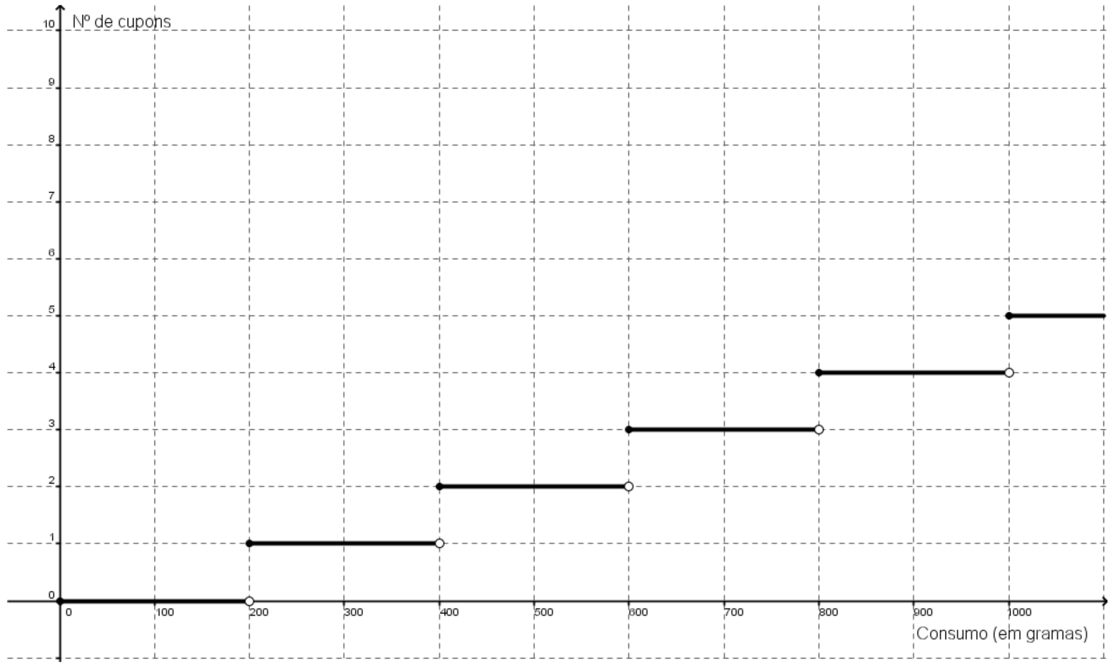
Valores em reais	Percentagem
12,50	100
2,00	x

$$\Rightarrow \frac{12{,}5}{2} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{12{,}5} = 16.$$

O desconto seria de 16%.

c) Esboce o gráfico que representa o número de cupons ganhos em função do consumo (em gramas) em uma refeição.

Solução:



Nº de cupons
Consumo (em gramas)