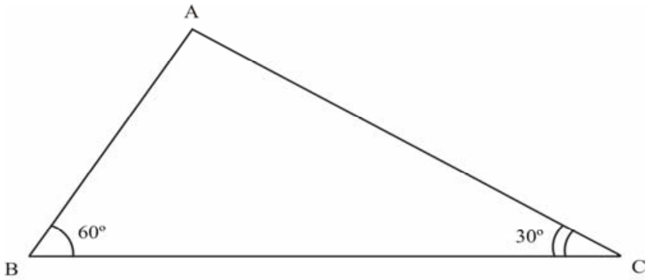
Programa de Ingresso Seletivo Misto – PISM I
REFERÊNCIAS PARA CORREÇÃO
PROVA DE MATEMÁTICA

QUESTÕES DISCURSIVAS

1) O triângulo *ABC* tem os ângulos $\widehat{B} = 60^o$, $\widehat{C} = 30^o$ e área igual a $64\sqrt{3}$ m².



a) Classifique o triângulo *ABC* como sendo acutângulo ou retângulo ou obtusângulo, justificando sua resposta.

$$\hat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Rightarrow \hat{A} + 60^o + 30^o = 180^o \Rightarrow \hat{A} = 90^o$$

O triângulo é retângulo.

(Valor: 0,6 ponto)

b) Determine a área, em m², de um triângulo semelhante a *ABC,* cuja altura relativa ao lado homólogo a $\overline{BC}$ seja $4\sqrt{3}$ m.

$$tg\,60^o = \frac{4\sqrt{3}}{x'} \text{ e } tg\,30^o = \frac{4\sqrt{3}}{y'} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{x'} \text{ e } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{y'} \Rightarrow x' = 4 \text{ e } y' = 12$$

$$b' = x' + y' = 4 + 12 = 16$$

$$A' = \frac{b'.h'}{2} = \frac{16.4\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$$

(Valor: 1,7 pontos)

c) Determine o comprimento, em metros, do lado $\overline{BC}$ do triângulo *ABC.*

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x} \text{ e } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{y} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}h \;\; e \;\; y = \sqrt{3}h \Rightarrow b = x + y = \frac{4\sqrt{3}}{3}h$$

$$64\sqrt{3} = A = \frac{b.h}{2} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}h.h}{2} \Rightarrow h^2 = 96 \Rightarrow h = 4\sqrt{6}$$

$$b = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot h \therefore b = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot 4\sqrt{6} \therefore b = 16\sqrt{2}$$

(Valor: 1,7 pontos)

2) Sejam *k* uma constante positiva e $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função do 2º grau satisfazendo as seguintes condições:

I) $f(x)>0$, se $x\in\left]k,3k\right[$;

II) $f(x)<0$, se $x\in\left]-\infty,k\right[\cup\left]3k,+\infty\right[$;

III) quando $x=4$, f atinge seu valor máximo;

IV) f intercepta o eixo das ordenadas em $y_0=-24$.

a) Determine o valor de *k*.

A função *f* é do 2º grau, então por (*i*) e (*ii*), segue-se que *k* e 3*k* são raízes.

$$\frac{k+3k}{2}=4 \Rightarrow k=2$$

(Valor: 1,2 pontos)

b) Determine a lei de formação de *f*.

A função *f* é da forma $f(x)=a(x-r_1)(x-r_2)$, **onde** $r_1=k=2$ **e** $r_2=3k=6$ **são as raízes.**

Substituindo o ponto $(0,-24)$ **em *f*, obtém-se** $a=-2$.

Assim:
$$f(x)=-2(x-2)(x-6) \Rightarrow -2(x^2-8x+12)=-2x^2+16x-24$$

(Valor: 1,8 pontos)

c) Determine o conjunto imagem de *f*.

O valor máximo de *f* é atingido quando $x=4$.
$$f(4)=-2.4^2+16.4-24=-32+64-24=8$$

Como $a<0$, $\mathrm{Im}(f)=]-\infty,8]$.

(Valor: 1,0 ponto)